

ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА №149 КАЛИНИНСКОГО РАЙОНА  
САНКТ-ПЕТЕРБУРГА

ПРИНЯТО

Решением педагогического совета

ГБОУ СОШ №149

Протокол № 4 от 04.08 2020 г.

УТВЕРЖДАЮ

Приказ № 400 от 28.08 2020 г.

Директор ГБОУ СОШ №149

Степанова Е.В.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**внеурочной деятельности**

общеинтеллектуальное направление

7 «А» и 7 «Б» класс

**«Занимательная математика»**

Ф.И.О. педагога: Шергин Владимир Юрьевич

Срок реализации программы: 2020/2021 учебный год

Санкт-Петербург  
2020 г.

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа по внеурочной деятельности «Занимательная математика» разработана в соответствии с правовыми и нормативными документами:

1. Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».
2. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 декабря 2010 г №1897 «Об утверждении Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования».
3. Письмо Министерства образования и науки Российской Федерации от 14.12.2015 N 09-3564 "О внеурочной деятельности и реализации дополнительных общеобразовательных программ" (вместе с "Методическими рекомендациями по организации внеурочной деятельности и реализации дополнительных общеобразовательных программ").
4. Письмо Министерства образования и науки Российской Федерации от 18.08.2017 N 09-1672 "О направлении Методических рекомендаций по уточнению понятия и содержания внеурочной деятельности в рамках реализации основных общеобразовательных программ, в том числе в части проектной деятельности".
5. Письмо Комитета по образованию Правительства Санкт-Петербурга от 21.05.2015 N 03-20-2057/15-0-0 "О направлении инструктивно-методического письма".
6. Письмо Департамента общего образования Минобрнауки России от 12.05.2011 № 03-296 «Методические рекомендации по организации внеурочной деятельности в образовательных учреждениях образовательного стандарта общего образования».
7. Письмо Минобрнауки России от 28.1.2015 № 08-1786 «О рабочих программах учебных предметов».
8. Устав Государственного бюджетного общеобразовательного учреждения средней общеобразовательной школы № 149 Калининского района Санкт-Петербурга.
9. Положение об организации внеурочной деятельности в ГБОУ СОШ № 149 Калининского района Санкт-Петербурга.

Программа курса внеурочной деятельности «Занимательная математика» адресована учащимся 7 «А» и 7 «Б» класса и является одной из важных составляющих работы с актуально одаренными детьми и с мотивированными детьми.

**Направление программы** – общеинтеллектуальное, программа создает условия для творческой самореализации личности ребенка.

**Актуальность программы** обоснована введением ФГОС ООО, а именно ориентирована на выполнение требований к содержанию внеурочной деятельности школьников, а также на интеграцию и дополнение содержания предметных программ. Программа педагогически целесообразна, ее реализация создает возможность разностороннего раскрытия индивидуальных способностей школьников, развития интереса к различным видам деятельности, желания активно участвовать в продуктивной деятельности, умения самостоятельно организовать свое свободное время.

**Цель программы:** создание условий, обеспечивающих интеллектуальное развитие личности школьника на основе развития его индивидуальности; создание фундамента для математического развития, формирование механизмов мышления, характерных для математической деятельности.

**Задачи программы:**

- пробуждение и развитие устойчивого интереса учащихся к математике и ее приложениям, расширение кругозора;
- расширение и углубление знаний по предмету;

- раскрытие творческих способностей учащихся;
- развитие у учащихся умения самостоятельно и творчески работать с учебной и научно- популярной литературой;
- воспитание твердости в пути достижения цели (решения той или иной задачи);
- решение специально подобранных упражнений и задач, направленных на формирование приемов мыслительной деятельности;
- формирование потребности к логическим обоснованиям и рассуждениям;
- специальное обучение математическому моделированию как методу решения практических задач;
- работа с одаренными детьми в рамках подготовки к предметным олимпиадам и конкурсам.

Программа составлена на основе программы авторов кафедры физико-математического образования СПб АППО Жигулева Л.А., Лукичевой Е.Ю. «Занимательная математика».

Программа рассчитана на 1 год обучения в 7 классе – 1 час в неделю, 34 часа в год.

Данная программа предусматривает возможность использования дистанционных образовательных технологий.

### **Ожидаемые результаты**

**Личностными результатами** реализации программы станет формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации и современного общества, а так же формирование и развитие универсальных учебных умений самостоятельно *определять, высказывать, исследовать и анализировать, соблюдая* самые простые общие для всех людей правила поведения при общении и сотрудничестве (этические нормы общения и сотрудничества).

**Метапредметными результатами** реализации программы станет формирование общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры, значимой для различных сфер человеческой деятельности, а именно следующих универсальных учебных действий.

#### *Регулятивные УУД:*

- Самостоятельно формулировать цели занятия после предварительного обсуждения.
- Учиться совместно с учителем обнаруживать и формулировать учебную проблему.
- Составлять план решения проблемы (задачи).
- Работая по плану, сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки.
- В диалоге с учителем учиться выработать критерии оценки и определять степень успешности выполнения своей работы и работы всех, исходя из имеющихся критериев.

#### *Познавательные УУД:*

- Ориентироваться в своей системе знаний: самостоятельно *предполагать*, какая информация нужна для решения той или иной задачи.
- *Отбирать* необходимые для решения задачи источники информации среди предложенных учителем словарей, энциклопедий, справочников, интернет-ресурсов.
- Добывать новые знания: *извлекать* информацию, представленную в разных формах (текст, таблица, схема, иллюстрация и др.).
- Перерабатывать полученную информацию: *сравнивать* и *группировать* факты и явления; определять причины явлений, событий; *делать выводы* на основе обобщения знаний.
- Преобразовывать информацию из одной формы в другую: *представлять информацию* в виде текста, таблицы, схемы; *составлять* более простой план учебнонаучного текста.

#### *Коммуникативные УУД:*

- Доводить свою позицию до других: *оформлять* свои мысли в устной и письменной речи; *высказывать* свою точку зрения и пытаться её обосновать, приводя аргументы.

- Слушать других, пытаться принимать другую точку зрения, быть готовым изменить свою точку зрения при наличии соответствующих аргументов.

- Читать вслух и про себя тексты научно-популярной литературы и при этом: вести «диалог с автором» (прогнозировать будущее чтение; ставить вопросы к тексту и искать ответы; проверять себя); отделять новое от известного; выделять главное; составлять план.

- Договариваться с партнерами: выполняя различные роли в группе, сотрудничать в совместном решении проблемы (задачи).

- Учиться уважительно относиться к позиции другого, учиться договариваться.

**Предметными результатами** реализации программы станет создание фундамента для формирования механизмов мышления, характерных для математической деятельности, а именно:

- познакомиться со способами и методами решения различных математических задач;

- освоить логические приемы, применяемые при решении задач;

- рассуждать при решении логических задач, задач на смекалку, задач на эрудицию и интуицию

- познакомиться с историей развития математической науки, биографией известных ученых-математиков.

- расширить свой кругозор, осознать взаимосвязь математики с другими учебными дисциплинами и областями жизни;

- познакомиться с новыми разделами математики, их элементами, некоторыми правилами, а при желании самостоятельно расширить свои знания в этих областях;

- познакомиться с алгоритмом исследовательской деятельности и применять его для решения задач математики и других областей деятельности;

- приобрести опыт самостоятельной деятельности по решению учебных задач;

приобрести опыт презентации собственного продукта.

### **Формы и режим занятий**

В соответствии с ФГОС школьники выбирают содержание внеурочной деятельности, в которой они могут участвовать. Учащимся следует дать время на осознание своего «выбора». В этой связи наилучшим началом организации внеурочной деятельности по математике является середина сентября - начало октября, а завершением работы – конец апреля.

«Вхождение» в математику, ту математику, которой мы мечтаем учить школьников, процесс, требующий значительного времени на анализ, понимание, вживание, осознание учебной задачи, то есть тех качеств, которые заявлены в ФГОС смыслообразованием современного образования. Заниматься развитием творческих способностей учащихся необходимо систематически и целенаправленно через систему занятий, которые должны строиться на междисциплинарной, интегративной основе, способствующей развитию психических свойств личности – памяти, внимания, воображения, мышления.

Задачи, рассматриваемые на занятиях, подбираются с учетом рациональной последовательности их предъявления: от репродуктивных, направленных на актуализацию знаний, к частично-поисковым, поисковым, исследовательским и проблемным, ориентированным на овладение обобщенными приемами познавательной деятельности. Система занятий должна вести к формированию важных характеристик творческих способностей: беглость мысли, гибкость ума, оригинальность, любознательность, умение выдвигать и разрабатывать гипотезы.

Методы и приемы обучения: проблемно-развивающее обучение, знакомство с историческим материалом, иллюстративно-наглядный метод, индивидуальная и

дифференцированная работа с учащимися, дидактические игры, проектные и исследовательские технологии, диалоговые и дискуссионные технологии, информационные технологии.

Кроме того, эффективности организации курса способствует использование различных форм проведения занятий: эвристическая беседа; практикум; интеллектуальная игра; дискуссия; творческая работа.

При закреплении материала, совершенствовании знаний, умений и навыков необходимо практиковать самостоятельную работу школьников.

Использование современных образовательных технологий позволяет сочетать все режимы работы: индивидуальный, парный, групповой, коллективный.

#### **Основные формы проведения занятий**

1. Комбинированное тематическое занятие:
  - ✓ Выступление учителя или кружковца.
  - ✓ Самостоятельное решение задач по избранной теме.
  - ✓ Разбор решения задач (обучение решению задач).
  - ✓ Решение задач занимательного характера, задач на смекалку, разбор математических софизмов, проведение математических игр и развлечений.
  - ✓ Ответы на вопросы учащихся.
  - ✓ Домашнее задание.
2. Конкурсы и соревнования по решению математических задач, олимпиады, игры, соревнования:
3. Заслушивание рефератов учащихся.
4. Коллективный выпуск математической газеты.
5. Разбор заданий городской (районной) олимпиады, анализ ошибок.
6. Изготовление моделей для уроков математики.
7. Чтение отрывков из художественных произведений, связанных с математикой.
8. Просмотр видеофильмов по математике.

Специфика математической деятельности такова, что требует системной отработки навыка приобретаемых умений, поэтому поурочные домашние задания в разумных пределах являются обязательными. Домашние задания заключаются не только в повторении темы занятия, решении задач, а также в самостоятельном изучении литературы, рекомендованной учителем.

#### **Результативность изучения программы**

Оценивание достижений на занятиях внеурочной деятельности должно отличаться от привычной системы оценивания на уроках.

Оценка знаний, умений и навыков обучающихся является качественной (может быть рейтинговой, многобалльной) и проводится в процессе:

- ✓ решения задач,
- ✓ защиты практико-исследовательских работ,
- ✓ опросов,
- ✓ выполнения домашних заданий и письменных работ,
- ✓ участия в проектной деятельности,
- ✓ участия и побед в различных олимпиадах, конкурсах, соревнованиях, фестивалях и конференциях математической направленности разного уровня, в том числе дистанционных.

## КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ 7 А класса

№ п/п	Дата план	Дата факт	Тема	Кол-во часов	Формы проведения
1			Нулевой цикл. Знакомство	1	Беседа
2			Задачи, решаемые с конца	1	Обсуждение практикум
3			Геометрия. Задачи на разрезание	1	Обсуждение практикум
4			Четность	1	Практикум соревнование
5			Четность	1	
6			Целые числа	1	Обсуждение практикум
7			Целые числа	1	
8			Примеры и конструкции «можно – нельзя»	1	Обсуждение моделирование
9			Повторение. Математическое соревнование	1	Игра
10			Четность	1	Обсуждение практикум
11			Взвешивание. Поиск предмета.	1	Конкурс
12			Принцип Дирихле	1	Беседа Практикум
13			Принцип Дирихле		
14			Логические задачи	1	Обсуждение Практикум
15			Графы	1	Обсуждение практикум
16			Графы	1	
17			Элементы комбинаторики	1	Практикум
18			Элементы комбинаторики	1	Практикум
19			Повторение. Математическое соревнование	1	Игра
20			Комбинаторная геометрия	1	Исследовательская работа
21			Принцип Дирихле	1	Обсуждение конструирование
22			Принцип Дирихле	1	Практикум
23			Игры	1	Практикум
24			Игры	1	Практикум
25			Элементы комбинаторики	1	Обсуждение практикум

26			Инвариант	1	Беседа
27			Инвариант	1	Практикум
28			Целые числа	1	Обсуждение проектная работа
29			Неравенства	1	Беседа практикум
30			Принцип крайнего	1	Беседа практикум
31			Повторение	1	Практикум обсуждение
32			Итоговая олимпиада	1	Олимпиада
33			Итоговая олимпиада		Олимпиада
34			Заключительное занятие	1	Игра обсуждение
			Итого:	34	

### КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ 7 Б класса

№ п/п	Дата план	Дата факт	Тема	Кол -во часо в	Формы проведения
1			Нулевой цикл. Знакомство	1	Беседа
2			Задачи, решаемые с конца	1	Обсуждение практикум
3			Геометрия. Задачи на разрезание	1	Обсуждение практикум
4			Четность	1	Практикум соревнование
5			Четность	1	
6			Целые числа	1	Обсуждение практикум
7			Целые числа	1	
8			Примеры и конструкции «можно – нельзя»	1	Обсуждение моделирование
9			Повторение. Математическое соревнование	1	Игра
10			Четность	1	Обсуждение практикум
11			Взвешивание. Поиск предмета.	1	Конкурс
12			Принцип Дирихле	1	Беседа Практикум
13			Принцип Дирихле		
14			Логические задачи	1	Обсуждение Практикум

15			Графы	1	Обсуждение практикум
16			Графы	1	
17			Элементы комбинаторики	1	Практикум
18			Элементы комбинаторики	1	Практикум
19			Повторение. Математическое соревнование	1	Игра
20			Комбинаторная геометрия	1	Исследовательская работа
21			Принцип Дирихле	1	Обсуждение конструирование
22			Принцип Дирихле	1	Практикум
23			Игры	1	Практикум
24			Игры	1	Практикум
25			Элементы комбинаторики	1	Обсуждение практикум
26			Инвариант	1	Беседа
27			Инвариант	1	Практикум
28			Целые числа	1	Обсуждение проектная работа
29			Неравенства	1	Беседа практикум
30			Принцип крайнего	1	Беседа практикум
31			Повторение	1	Практикум обсуждение
32			Итоговая олимпиада	1	Олимпиада
33			Итоговая олимпиада		Олимпиада
34			Заключительное занятие	1	Игра обсуждение
			Итого:	34	

### СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

В большинстве случаев содержание занятий непосредственно следует из указанной темы конкретного занятия. Отбор тех или иных задач для рассмотрения на занятии определяется исключительно педагогом, ведущим внеурочную деятельность в соответствии с уровнем базовой математической подготовки учащихся, а также уровнем их мотивации и потенциальной одаренности. Весьма обширный список предлагаемой литературы без труда позволит педагогу наполнить занятие содержательными задачами сообразно своему вкусу и интересам учащихся.

Вместе с тем руководитель, реализующий программу внеурочной деятельности, должен придерживаться следующих основных правил:

✓ Нецелесообразно заниматься одной темой в течение продолжительного промежутка времени, даже в рамках одного занятия полезно иногда сменить направление деятельности, при этом необходимо постоянно возвращаться к пройденному. Это можно



делать, предлагая задачи по данной теме в устных и письменных олимпиадах и других соревнованиях.

✓ В каждой теме необходимо выделить несколько основных логических «вех» и добиваться безусловного понимания (а не зазубривания!) этих моментов учащимися.

✓ Необходимо постоянно обращаться к нестандартным и «спортивным» формам проведения занятий, не забывая при этом подробно разбирать все предлагаемые на них задания; необходимо использовать на занятиях развлекательные и шуточные задачи.

Подчеркивая, что подготовка и проведение занятий – это творческий процесс, в который вовлекается педагог, тем не менее, обратим внимание на ряд наиболее важных тем.

#### Нулевой цикл «Знакомство».

Очень многое в организации и успешности проведения внеурочной деятельности зависит от первого занятия. Возможна такая его структура:

✓ Руководитель освещает перспективы: что будет рассматриваться на занятиях, чем учащиеся будут заниматься, каково содержание и формы работы, как организуется самостоятельная работа и домашняя работа, подготовка докладов, рефератов, минипроектов. Важно озвучить учащимся основные требования к участникам внеурочной деятельности.

✓ Учащимся предлагается несколько простых задач различной тематики. Для их решения не требуется ничего, кроме здравого смысла и владения простейшими вычислительными навыками; их назначение – выявление интересов учащихся (а в дальнейшем – в качестве эмоциональных разрядок).

✓ Второй час занятия целесообразно посвятить разбору и обсуждению этих задач, постановке домашнего задания.

✓ Возможно, некоторое время следует посвятить рассказу о математике, о ее значении в жизни человека, о ее связях с другими науками.

#### Задачи, решаемые с конца

Речь идет о методе, который используется не только при решении сюжетных задач, но и многих других. Важен сам способ рассуждений. Основные вопросы: Каким образом могла получиться конечная ситуация? Какие выводы мы можем делать из информации, которой располагаем на данный момент? Какой информацией достаточно располагать, чтобы сделать данный вывод?

#### Примеры задач:

✓ В турнире по настольному теннису участвуют 2018 спортсменов. Сколько следует провести встреч, чтобы выявить победителя?

✓ Трое мальчиков имеют по некоторому количеству яблок. Первый мальчик дает другим столько яблок, сколько каждый из них имеет. Затем второй мальчик дает двум другим столько яблок, сколько каждый из них теперь имеет; в свою очередь и третий дает каждому из двух других столько, сколько есть у каждого в этот момент. После этого у каждого из мальчиков оказывается по 8 яблок. Сколько яблок было у каждого мальчика в начале?

#### Геометрия: задачи на разрезание.

Задачами на разрезание увлекались многие ученые с древнейших времен. Решения многих задач на разрезание были найдены еще в Древней Греции и Китае. Первый систематический трактат на эту тему принадлежит перу Абул-Вефа – персидского астролога X века. Геометры всерьез занялись решением задач на разрезание фигур на наименьшее число частей и последующее составление из них той или иной новой фигуры лишь в XX веке, прежде всего, потому, что универсального метода решения таких задач не существует и каждый, кто берется за их решение, может в полной мере проявить свою смекалку, интуицию и способность к творческому мышлению. Учитывая, что здесь не требуется глубокое знание геометрии, любители могут иногда даже превзойти профессионалов-математиков.

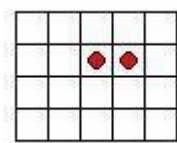
Задачи на разрезание помогают как можно раньше формировать геометрические представления у школьников на разнообразном материале. При решении таких задач возникает ощущение красоты, закона и порядка в природе.

На первом этапе рекомендуется рассмотреть задачи на клетчатой бумаге. Задачи, в которых разрезание фигур (в основном это квадраты и прямоугольники) идет по сторонам клеток.

Далее могут рассматриваться задачи, связанные с фигурами-пентамино, задачи разбиения плоскости, в которых нужно находить сплошные разбиения прямоугольников на плитки прямоугольной формы, задачи на составление паркетов, задачи о наиболее плотной укладке фигур в прямоугольнике или квадрате, задачи, в которых одна фигура разрезается на части, из которых составляется другая фигура.

Примеры задач:

- ✓ Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на две равные части по линиям сетки так, чтобы в каждой из частей был кружок.



- ✓ На клетчатой бумаге нарисован квадрат размером 5\*5 клеток. Придумайте, как разрезать его по линиям сетки на 7 различных прямоугольников.

### Четность

Задачи, в которых используется понятие четности встречаются очень часто. Поэтому желательно познакомить школьников с подходами к решению этих задач. Задачи естественным образом разбиваются на три цикла:

#### 1. Разбиение на пары.

Если предметы разбиты на пары, то их четное число. Следовательно, если из нечетного числа предметов образовано несколько пар, то, по крайней мере, один предмет остался без пары. Для решения таких задач нужно в каждом случае увидеть, что именно и на какие пары разбивается.

2. Чередование.  
Если из предметов двух сортов образована цепочка, в которой соседние предметы разных сортов, то на всех четных местах стоят предметы одного сорта, а на всех нечетных – другого. Отсюда вывод: предметов одного сорта на один больше, чем предметов другого сорта в случае, когда длина цепочки нечетна и предметов обоих сортов поровну, тогда длина цепочки четна.

#### 3. Чет – нечет.

Решение задач основано на простом наблюдении: сумма четного числа нечетных чисел – четна. Обобщение этого факта: четность суммы нескольких чисел зависит лишь от четности числа нечетных слагаемых: если количество нечетных слагаемых (не)четно, то и сумма – (не)четна.

Примеры задач:

- ✓ Можно ли 25 копеек разменять на 10 монет достоинством 1, 2 и 5 копеек?  
□ Кузнечик прыгает по прямой (вправо или влево), причем в первый раз он прыгнул на 1 см, во второй – на 2 см и т.д. Докажите, что после 2017-го прыжка он не сможет оказаться там, откуда начинал прыгать.
- ✓ Все кости выложили в ряд. На одном конце ряда оказалась пятерка. Какое число на другом конце?
- ✓ Может ли вращаться система из 11 шестеренок, если 1-я шестеренка сцеплена со 2-й, 2-я с 3-ей и т.д., а 11-я с 1-й?

### Целые числа

Целые числа можно складывать вычитать, перемножать и делить. В результате первых трех действий всегда получаются целые числа, результатом же деления может оказаться нецелое число.

Свойства «делимости нацело», или, как просто говорят, делимости, изучаются в специальной математической дисциплине – теории чисел. Сделать первые шаги в этой важной и интересной математике можно на занятиях математического кружка. На этих занятиях рассматриваются и обобщаются элементарные сведения, полученные на уроках математики в 6-м классе: определение и простейшие свойства делимости, деление с остатком, признаки делимости, наибольший общий делитель, алгоритм Евклида, взаимно простые числа, линейные уравнения с двумя неизвестными, простые числа, сравнения.

Примеры задач:

- ✓ верно ли, что если натуральное число делится на 4 и на 6, то оно делится на 24?
- ✓ число  $5A$  делится на 3. Верно ли, что  $A$  делится на 3?
- ✓ число  $A$  – четно. Верно ли, что  $3A$  делится на 6?
- ✓ Найдите последнюю цифру числа  $2^{50}$ . □ Найдите остаток от деления  $2^{100}$  на 3.
- ✓ Найдите наименьшее натуральное число  $A$  такое, что  $A$  дает остаток 1 при делении на 4, 5, и 6.
- ✓ Докажите, что сумма трех последовательных натуральных чисел делится на 3.
- ✓ Докажите, что число  $abab$  — не может быть точным квадратом.
- ✓ Докажите, что сумма семи последовательных чисел не может быть простым числом.

Примеры и конструкции.

Примеры задач:

- ✓ Известно, что числа  $A$  и  $B$  таковы, что  $A+B$  и  $3A+2B$  – положительны. Может ли число а)  $5A+4B$  в)  $2A+3B$  быть отрицательным?
- ✓ Можно ли выписать в ряд числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 так, чтобы сумма любых трех чисел, идущих подряд, была бы не больше 15?
- ✓ В спортивном состязании «Веселые старты» участвовали команды двух школ. Соревнование состояло из нескольких конкурсов. За победу в конкурсе команда получала три очка, за «ничью» - два очка, за поражение – одно очко. С каким счетом могло и с каким счетом не могло закончиться состязание а) 23:20 в) 17:17 с) 24:16 d) 17:15 ?
- ✓ К празднику каждый из учащихся класса поздравил открыткой одного или нескольких друзей своего класса, причем поздравление получил каждый. Могло ли случиться так, что все учащиеся получили разное число открыток?

Взвешивания. Поиск предмета.

Почти во всех книгах по занимательной математике встречаются задачи, в которых требуется либо упорядочить предметы по массе, либо обнаружить фальшивую монету за указанное число взвешиваний на чашечных весах без гирь. Однако в последнее время подобные задачи привлекли внимание не только любителей головоломок, но и специалистов-математиков. За внешне несерьезными формулировками этого вида задач скрываются идеи, приводящие к большим и бурно развивающимся разделам современной математики – теории информации и кодирования, теории планирования эксперимента и т.п.

Примеры задач:

- ✓ Имеется 8 монет. Одна из них фальшивая и легче настоящей монеты. Определите за 2 взвешивания какая из монет фальшивая.
- ✓ Мачеха послала Золушку на рынок. Дала ей девять монет: из них 8 настоящих, а одна фальшивая – она легче чем настоящая. Как найти ее Золушке за два взвешивания?

- ✓ У Буратино есть 27 золотых монет. Но известно, что Кот Базилио заменил одну монету на фальшивую, а она по весу тяжелее настоящих. Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь Буратино определить фальшивую монету?
- ✓ Подберите массы четырех гирь так, чтобы ими можно было отмерить на чашечных весах любое число граммов от 1 до 40 (гири можно класть на обе чашки). □ Вы хотите узнать семизначный номер моего телефона, задавая мне вопросы, на которые я буду отвечать только «да» или «нет». Придумайте способ, гарантирующий успех за наименьшее число вопросов.

### Принцип Дирихле

При решении многих задач используются сходные между собой приемы рассуждений. Очевидно, что если в каждую клетку разрешается посадить не более одного зайца, то разместить 6 зайцев в 5-ти клетках не удастся и вообще, ни для какого натурального  $n$  не удастся разместить  $n+1$  зайцев в  $n$  клетках. Можно сказать иначе: если в  $n$  клетках находится  $n+1$  зайцев, то найдется клетка, в которой сидит не менее двух зайцев.

Сформулированное выше утверждение о зайцах-клетках имеет следующий математический смысл: при любом отображении множества  $A$ , содержащего  $n+1$  элементов в множество  $B$ , содержащее  $n$  элементов, найдутся два элемента множества  $A$ , имеющие один и тот же образ. Это утверждение называется принципом Дирихле. Принцип Дирихле, несмотря на всю простоту и очевидность очень часто используется при доказательстве теорем и решении задач.

При разборе задач полезно четко разделять доказательство на поиск «зайцев» и «клеток», на дополнительные соображения и, наконец, на применение принципа Дирихле.

### Примеры задач:

- ✓ В классе 30 человек. В диктанте Саша Иванов сделал 13 ошибок, а остальные меньше. Докажите, что по крайней мере три ученика сделали ошибок поровну (может быть, по 0 ошибок).
- ✓ Докажите, что если прямая, расположенная в плоскости треугольника  $ABC$  не проходит ни через одну из его вершин, то она не может пересечь все три стороны треугольника.
- ✓ Выберем произвольным образом 5 человек. Докажите, что по крайней мере двое из них имеют одинаковое число знакомых среди выбранных.

### Логические задачи.

Среди задач на сообразительность особый интерес представляют логические задачи. Если для решения задачи требуется лишь логически мыслить и совсем не нужно производить арифметические выкладки, то такую задачу обычно называют логической. При решении подобных задач решающую роль играет правильное построение цепочки точных, иногда очень точных рассуждений.

На первом этапе целесообразно рассмотреть три широко распространенных типа логических задач:

1. Задачи, в которых на основании серии посылок, сообщающих те или иные сведения о действующих лицах, требуется сделать определенные выводы.
2. Задачи о «мудрецах».
3. Задачи о лжецах и тех, кто всегда говорит правду.

### Примеры задач:

- ✓ Петя, Вася и Миша имеют фамилии Орлов, Соколов и Ястребов. Какую фамилию имеет каждый мальчик, если Вася, Миша и Соколов – члены математического кружка, а Миша и Ястребов занимаются музыкой?
- ✓ На острове живут только рыцари, которые всегда говорят правду и лжецы, которые всегда лгут. Человек  $A$  говорит: «Я лжец». Является ли он жителем этого острова?

- ✓ Петина мама сказала; «Все чемпионы хорошо учатся». Петя говорит: «Я хорошо учусь, значит я чемпион». Правильно ли он рассуждает?

### Графы

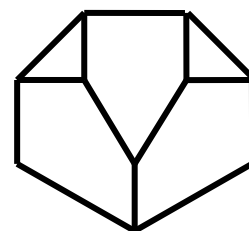
Теория графов находит свое применение в различных областях современной математики и ее многочисленных приложений, особенно экономике. Решение многих математических задач упрощается, если удастся использовать графы. Представление данных в виде графа придает им наглядность. Многие доказательства также упрощаются, приобретают убедительность, если воспользоваться графами, особенно это относится к комбинаторике.

Понятие графа должно появиться на занятии после того, как разобрано несколько задач, решающее соображение в которых – графическое изображение условия.

Первая и главная цель, которую нужно преследовать, занимаясь графами, - научить школьников видеть граф в условии задачи и грамотно переводить это условие на язык теории графов. Кроме того, важно, чтобы учащиеся правильно применяли теорему о четности числа нечетных вершин графа, понимали, что такое компонента связности и умели пользоваться критерием Эйлера.

Примеры задач:

- ✓ Изобразите на плоскости несколько «графов», соединенных непересекающимися дорогами так, чтобы из каждого города выходило  $k$  дорог, где а)  $k=3$ , б)  $k=4$ , в)  $k=5$ .
- ✓ В государстве 100 городов, а из каждого из них выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?
- ✓ Можно ли погулять по парку, перелезая через каждый забор ровно один раз?



### Комбинаторика

В последние годы необычайно возросла роль комбинаторных методов не только в самой математике, но и в ее многочисленных приложениях: физике, химии, биологии, лингвистике, технике, экономике. Поэтому важно как можно раньше начать знакомить учащихся с комбинаторными методами и комбинаторными подходами. Изучение этой темы способствует развитию у учащихся «комбинаторного» мышления.

Главная цель, которую должен преследовать педагог при разборе и решении этих задач – осознанное понимание школьниками в какой ситуации при подсчете вариантов следует перемножать, а в какой – складывать. Для этого следует демонстрировать учащимся комбинаторные методы на большом количестве простых и конкретных примеров, продвигаясь вперед осторожно и постепенно. Не следует переходить к введению понятий «размещение» и «перестановки» пока это правило не освоено всеми учащимися.

Примеры задач:

- ✓ Сколько существует трехзначных чисел, в записи которых цифры 1, 2, 3 встречаются ровно по одному разу?
- ✓ Сколько можно составить двузначных чисел из нечетных цифр, если каждую из этих цифр использовать в записи чисел только один раз? □Сколькими способами можно раскрасить а) таблицу  $1 \times 3$  в два цвета? б) таблицу  $2 \times 2$  в два цвета? в) таблицу  $2 \times 2$  в три цвета?
- ✓ Сколькими способами можно разложить 5 разных предметов в три кармана? □При встрече 5 человек обменялись рукопожатиями. Сколько было сделано рукопожатий?

### Комбинаторная геометрия.

Комбинаторная геометрия – одна из самых красивых областей математики. Простота формулировок в ней часто сочетается со сложностью и неожиданностью решений.

Примеры задач:

- ✓ Можно ли расположить на плоскости шесть точек так, чтобы любые три из них являлись вершинами равнобедренного треугольника?
- ✓ На плоскости отметили 2018 точек. Существует ли прямая, по обе стороны от которой лежат ровно по 1009 точек?
- ✓ Плоскость раскрашена в два цвета. Докажите, что найдутся две одного цвета на расстоянии 1.
- ✓ Прямая раскрашена в два цвета. Докажите, что существует отрезок, обо конца и середина которого окрашены в один цвет.
- ✓ На прямой дано несколько отрезков, каждые два из которых пересекаются. Докажите, что все отрезки имеют общую точку.

### Игры

На занятиях внеурочной деятельности рассматриваются так называемые «конечные игры с полной информацией», теория которых проста и доступна школьникам. На занимательном материале учащиеся знакомятся с такими важными понятиями теории игр, как «стратегия» и «выигрышная стратегия», а также на простом и наглядном примере «изоморфизма игр» - с важнейшим для все математики понятием изоморфизм.

Поиск выигрышной стратегии требует настойчивости и упорства в достижении поставленной цели, развивает логические, комбинаторные и вычислительные способности учащихся.

Первый класс игр – игры-шутки. Это игры, исход которых не зависит от того, как играют соперники. Игры-шутки позволяют снять напряжение и усталость, дают школьникам возможность переключиться от напряженной творческой работы. Целесообразно предлагать их по одной после разбора трудного материала. Полезно перед решением, дать школьникам возможность поиграть друг с другом.

Задачи – игры весьма содержательны. При изложении их решения, необходимо, во-первых, грамотно сформулировать стратегию, а во-вторых, доказать, что она, действительно, ведет к выигрышу. Поэтому, задачи-игры чрезвычайно полезны для развития речевой математической культуры и четкого понимания того, что значит решить задачу.

На занятиях кружка мы знакомимся с двумя методами выигрышной тактики для одной из сторон (выигрышной стратегии): «анализ с конца» и «поиск симметрии».

Примеры задач:

- ✓ В коробке лежит 21 спичка. Двое по очереди вынимают из него 1, 2, 3 или 4 спички. Выигрывает тот, кто возьмет последнюю спичку. Кто выигрывает при правильной игре – начинающий или его партнер? И как для этого ему нужно играть? □ Имеется две кучки конфет. В первой 7 конфет, во второй – 5. За один ход разрешается взять любое количество конфет, но из одной кучки. Проигрывает тот, кому нечего брать. Кто выигрывает при правильной игре – начинающий или его партнер? И как для этого ему надо играть?

### Инвариант

Мы вводим величину, обладающую замечательными свойствами – она не меняется при разрешенных в условии операциях (как не меняется количество при их размене). Такая величина и называется инвариантом.

Зачем же нам изучать такую неменяющуюся величину? Какой в ней толк? Оказывается, толк есть. Если мы знаем, что данная величина – инвариант, то мы можем делать выводы о том, чего *не может* произойти с данными в условии задачи объектами (при размене денег их количество не может увеличиться).

Примеры задач:

- ✓ На доске записано 10 «+» и 15 «-». Разрешается стереть любые два знака и написать вместо них «+», если они одинаковы, и «-» в противном случае. Какой знак останется на доске после выполнения двадцати четырех таких операций?
- ✓ В некотором государстве было 10 банков. С момента «перестройки общества» все захотели стать банкирами. Но, по закону, открывать новый банк можно только путем деления уже существующего банка на 4 новых. Через некоторое время министр финансов сообщил, что в стране действует 2018 банков, после чего был немедленно уволен за некомпетентность. Что не понравилось президенту?

#### Неравенства. Высокие степени

На этом занятии мы будем сравнивать между собой числа. Традиционным будет вопрос: «Какое из двух чисел больше?» Примеры задач:

- ✓ Какое число больше  $2^{300}$  или  $3^{200}$ ?
- ✓ Какое число больше  $2^{100}+3^{100}$  или  $4^{100}$ ? □ Какое число больше  $1^{100}+2^{100}+3^{100}+\dots+99^{100}$  или  $100^{100}$ ?

#### Принцип крайнего

Принцип крайнего – метод решения, состоящий в том, что надо сначала выбрать что-нибудь *самое-самое*: самое большое число, самую удаленную точку и т.д.

Примеры задач:

- ✓ В вершинах 100-угольника расставили числа так, что каждое из них есть среднее арифметическое чисел, стоящих в двух соседних вершинах. Докажите, что все числа равны.
- ✓ На гранях кубика написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Докажите, что найдутся две соседние грани такие, что разность чисел, написанных на них, больше 3.

### **МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОГРАММЫ**

Методической особенностью изложения учебных материалов на занятиях является такое изложение, при котором новое содержание изучается на задачах. Метод обучения через задачи базируется на следующих дидактических положениях:

- наилучший способ обучения учащихся, дающий им сознательные и прочные знания и обеспечивающий одновременное их умственное развитие, заключается в том, что перед учащимися ставятся последовательно одна за другой посильные теоретические и практические задачи, решение которых даёт им новые знания;
  - с помощью задач, последовательно связанных друг с другом, можно ознакомить учеников даже с довольно сложными математическими теориями;
  - усвоение учебного материала через последовательное решение задач происходит в едином процессе приобретения новых знаний и их немедленного применения, что способствует развитию познавательной самостоятельности и творческой активности учащихся.

Большое внимание уделяется овладению учащимися математическими методами поиска решений, логическими рассуждениями, построению и изучению математических моделей.

В рамках занятий внеурочной работой рекомендуется при любой возможности мотивировать учащихся, используя очерки по истории математики, истории из жизни великих математиков, сведения из достижений современной математической науки, т.е. самым широким образом популяризировать математику.

Содержание программы внеурочной деятельности связано с программой по предмету «математика» и спланировано с учетом прохождения программы 6 класса.

С другой стороны, следует учитывать, что реализация программы по внеурочной деятельности позволяет устранить противоречия между требованиями программы предмета «математика» и потребностями учащихся в дополнительном материале по математике и применении полученных знаний на практике; условиями работы в классно-урочной системе обучения математике и потребностями учащихся реализовать свой творческий потенциал.

Одна из основных задач образования ФГОС второго поколения – развитие способностей ребенка и формирование универсальных учебных действий, таких как: целеполагание, планирование, прогнозирование, контроль, коррекция, оценка, саморегуляция. С этой целью в программе должно быть предусмотрено значительное увеличение активных форм работы, направленных на вовлечение учащихся в динамическую деятельность, на обеспечение понимания ими математического материала и развития интеллекта, приобретение практических навыков самостоятельной деятельности.

### **ЛИТЕРАТУРА**

#### Основная

1. Анфимова Т.Б. Математика. Внеурочные занятия. 5-6 классы. – М.: Илекса, 2011.
2. Вакульчик П.А. Сборник нестандартных задач. – Минск: БГУ, 2001.
3. Екимова М.А., Кукин Г.П. задачи на разрезание. – М.: МЦНМО, 2005.
4. Жигулев Л.А. Элементарные логические рассуждения. – СПб.: ГБОУ ДОД Центр «Интеллект», 2013.

#### Дополнительная

1. Агаханов Н. Х. Математика. Районные олимпиады. 6—11 классы / Агаханов Н.Х., Подлипский О.К. — М.: Просвещение, 2010.
2. Кноп К. А. Взвешивания и алгоритмы: от головоломок к задачам. - М., МЦНМО, 2011.
3. Фарков А.В. Математические олимпиады: методика подготовки 5-8 классы. – М.: ВАКО, 2012.



В настоящем документе прошито,  
пронумеровано и скреплено печатью  
16 (шестнадцать) листа(ов)

Директор

Степанова Е.В.

